【187】

氏 名(本 籍)	二宮春樹(にのみや はるき) (奈良県)
学位の種類	博 士(理 学)
学位記番号	博 乙 第 941 号
学位授与年月日	平成 6 年 1 月 31 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数 学 研 究 科
学位論文題目	A Study on local solvability and local integrability for non zero complex vector fields (零でない複素ベクトル場の局所可解性と局所可積分性に関する研究)

主 査	筑波大学教授	理学博士	村 松 睦 豪
副 査	筑波大学教授	理学博士	梶 谷 邦 彦
副 査	筑波大学教授	理学博士	竹 内 光 弘
副 査	筑波大学教授	理学博士	中 川 久 雄

論 文 の 要 旨

微分方程式論において最も基本的な問題の一つは，n 次元ユークリッド空間 IR” の領域Ωにおける微分方程式 $L\left(\chi, \frac{\partial}{\partial \chi}\right) u(x) = f(\chi)$ $(\chi \in \Omega)$ が与えられた f に対し，少なくとも 1 つの局所解 u (χ) 即ち点 $\chi = \chi^0 \in \Omega$ のまわりで解をもつかという問題である。微分作用素 $L\left(\chi, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ の係数およびデータ $f(\chi)$ が解析関数ならば，古典的な解の存在定理である Cauchy-Kowalewsky の定理により解析的な解が局所的に存在する。1957年 Hans Lewy は 3 変数 (χ_1, χ_2, χ_3) の微分作用素 $Lx = \frac{\partial}{\partial x_1} + i\frac{\partial}{\partial x_2} + 2i(\chi_1 + i\chi_3)\frac{\partial}{\partial x_3}$ に対し方程式 $L_x[u] = f$ は f が解析関数でない無限回可微分 (C^∞) 関数ならば一般に解をもたないことを証明した。

本論文は複素係数の 1 階線形偏微分作用素（複素ベクトル場とも呼ばれる）に対する方程式の局所可解性とこれに関係する局所可積分性についての研究であり，2 つの章から成る。第 1 章で局所的に Lewy 方程式に帰着される Lewy 型方程式の局所可解条件について考察し，第 2 章で，IR^2 の複素ベクトル場が局所可積分となる為の条件について考察し，更に局所可解性との関係について論じている。

Lewy 方程式 $L_x[u] = f$ が局所的に解をもつ為の f に対する許容条件についての研究は佐藤幹夫氏や Greiner-Kohn-Stein によってなされ，局所可解許容条件が得られている。著者は Lewy 方程式が Heisenberg 群の構造をもつことに着目し，同方程式が局所的に解をもつかどうかは数個のパラメータを含む非斉次 Cauchy-Riemann 方程式の初期値問題が局所的に解けるかという問題に帰着されることを示し，この新しい観点から f についての可解容条件を見出し解の構造を明らかにした。

IR^n の領域Ω上の C^∞ 複素ベクトル場 L は，“点 $a \in \Omega$ の適当な近傍 U をとれば，U で方程式 $L[u]$

$=0$ が $du_1 \wedge \cdots \wedge du_{n-1} \neq 0$ をみたす（$n-1$）個の C^1 解 u_1, …, u_{n-1} を持つ”とき点 a で局所可積分であると呼ばれる。L が実ベクトル場，あるいは係数が実解析関数のとき L は局所可積分となる。また L が Treves の一般局所可解条件を満せば局所可積分となることも証明されている（Treves)。一方 Nirenberg により局所可積分でない $\mathbb{R}^2$ のベクトル場の例が与えられている。著者は $\mathbb{R}^2$ のベクトル場 $L=\frac{\partial}{\partial x_1}+ia(\chi_1, \chi_2)\frac{\partial}{\partial x_2}$ が Treves の一般局所可解条件を満さない，即ち局所非可解な場合に局所可積分となる為の条件を与えた。L の局所可積分性は係数の複素部分 $a(\chi_1, \chi_2)$ の χ_1 についての偶数部分 $a_{even}(\chi_1, \chi_2)$ の Support（台）の形状に関係すること見出し，旗領域の概念を用い，２つの必要条件と２つの十分条件を得，その証明を与えている。

審　査　の　要　旨

H. Lewy の解をもたない微分方程式の発見以来，局所可解性の研究は線形微分作用素論の中心課題の１つとなったが，その研究には２つの方向がある。１つは C^∞ 係数の高階線形微分作用素 $L(\chi, \frac{\partial}{\partial x})$ に対し，性質“領域 Ω 内にコンパクトな台をもつ任意の C^∞ 関数 f に対し方程式 $L(\chi, \frac{\partial}{\partial x})u=f$ は常に C^∞ 解（あるいは超関数解）u をもつ”を満たすものを特性多項式 $L(\chi, \xi)$ の代数的，幾何学的，あるいは解析部性質で特徴づけるものである。この方向では Hörmander, Grushin, Nirenberg, Treves 等多くの研究者により解明され一般論が得られている。もう１つの方向は，上記の意味で局所可解でない方程式 $L[u]=f$ は或る意味で殆んどすべての C^∞ な f に対し解 u をもたないことが知られているが，どんな f に対し局所解が存在するかという f に関する許容条件を求めるものである。この許容局所可解性問題は前者のような関数解析学的手法では取り扱えない為，特別な場合に複素関数論的手法で研究された論文が数える程にしかない現状である。

著者は長期間，この問題に取り組み注目すべき結果を得たものであり，この分野の研究に一定の寄与をしたものと考えられる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。